

吳宛柔、楊凱琳 (2019)。
奠基進教室活動設計與成效評估：縮放繪。
臺灣數學教師，40 (1)，32-49
doi: 10.6610/TJMT.201904_40(1).0002

奠基進教室活動設計與成效評估：縮放繪

吳宛柔¹ 楊凱琳²

¹臺北市立東湖國中

²國立臺灣師範大學數學系

本研究對象為 24 名八年級學生，學生透過「縮放繪」的活動發展相似形的觀念。為瞭解學生在活動中的學習歷程，資料蒐集包括前測、後測的測驗卷、情意問卷量表、一節課的教學錄影與課後的質性訪談資料。研究結果顯示，此活動有助於深化學生對相似形基本概念與性質的理解，並提升其學習興趣。透過學生表現的分析，也進一步提出如何改善此活動以達到更好的成效。

關鍵詞：ARCS、相似形、奠基活動

壹、前言

國際學生能力評量計畫(Programme for International Student Assessment, 簡稱 PISA) 以素養為號召, 定義數學素養為個人在各種情境下形成、應用和詮釋數學的能力, 這包括數學推理和使用數學概念、程序、事實和工具來描述、解釋與預測現象(OECD, 2010)。十二年國民基本教育以「自主」、「互動」、「共好」為課程的核心理念, 國家教育研究院擬定十二年國教核心素養的架構與內涵, 提出三面九項的核心素養, 做為學生所應具備的基本且共同的素養(國家教育研究院, 2014)。然而在 PISA 測驗中, 臺灣高低分組學生成績落差大(中華民國科技部, 2015), 為提升學生學習數學的動機, 亦發展學生的數學想法, 數學奠基活動由林福來教授提出的「就是要學好數學」計畫核心產出(Lin, 2015)。數學奠基活動透過寒暑假或周末舉辦以數學奠基活動為主的「好好玩數學營」以提昇學生的數學學習準備度, 且十二年國教素養導向的課程亦如火如荼發展中, 林福來教授延續此理念, 提出應讓奠基活動進教室以發揮更大的影響。

我們知道學生在學習相似形概念會受到語意的影響, 常遺漏利用定義來檢驗圖形(陳創義, 2003)。陳建亨和楊凱琳(2014)亦指出, 學生在解相似形問題則容易有用直觀做判斷、誤用已知條件、拼湊數字等錯誤。故本研究透過奠基進教室的活動「縮放繪」, 希望學生在課堂上學習相似形時, 先奠定學生相似形的觀念。

雖然國小已學過放大縮小圖, 但國小是利用數格子繪製, 學生在學習此觀念時, 圖形間的比例關係是學習重點。與國小不同, 國中學習相似形是以幾何變換的想法出發, 兩圖形間存在一個相似變換, 即透過平移、旋轉、鏡射後, 仍保有原圖形的形狀, 故推得多邊形相似的性質: 若兩多邊形相似, 則對應角相等且對應邊成比例。我們用變換的想法作為此活動的基礎與奠基原理。以「縮放中心可以是任意點」、「縮放中心與縮放圖所有對應點成一直線」、「放大縮小圖任意對應長度成比例」, 作為「縮放繪」活動的奠基, 以 ARCS(Keller, 1987)的架構來設計兼顧學生認知與情意的「縮放繪」活動, 且設計符合此活動的測驗卷及情意問卷, 評估檢驗此活動的成效。

本研究探討的研究問題為:「縮放繪」活動後, 學生對相似形的概念理解有何改變? 學生在情意面向有何改變?

貳、文獻探討

培養學生的數學素養, 需先引起學生的學習動機。動機與學生的學習成績相關, 被

認為是學生學習的主要因素之一 (Paas et al., 2005)。Keller (1987) 將心理學動機理論與教學設計整合，提出 ARCS 動機模式，定義有效提升學生學習動機的四個要素與其對應的教學策略 Keller (2010)：

一、引起注意 (Attention)

學習的第一步即要能引起學生的興趣和維持學生的專注力，要如何讓學生的專注力持續在課堂上是教師的挑戰。Keller (2010) 指出教師可從以下的教學策略著手。

(一) 感官的吸引 (Perceptual arousal)

利用不同音調、不同色彩或與平常不同的畫面刺激學生的感官進而引起學生的注意，成功吸引學生注意後，教師可利用下面兩個教學策略維持學生的專注力。

(二) 問題的探究 (Inquiry arousal)

善用不同的詢問技巧，提出適合學生思考的問題，激發學生的好奇心，使得學生進入解決問題的情境中，保持求知的興趣。

(三) 多變的方法 (Variability)

除了上述的兩個策略，教師亦可變化教學方式，讓學生更容易投入學習。例如：使用不同的教學媒體、進行小組活動。

二、切身相關 (Relevance)

此要素能滿足學生個人的需求與目標，使他產生積極的學習態度，有以下三種教學策略能增強學生的學習動機。

(一) 目標導向 (Goal orientation)

提供與學生相關性的目標，是該要素重要的關鍵。教師可於上課時告知學生該堂課的教學目標、教學大綱或該課程與學生自身的相關性等。

(二) 動機配合學習者特性 (Motive matching)

不同學習者有不同的特質，因此教師須提供不同的教學策略以增強提高學生的學習動機。

(三) 連結熟悉事務 (Familiarity)

與學生熟悉的事物或相關的經驗作結合，能提高學生對課程的熟悉度，產生親切感。

三、建立信心（**Confidence**）

可運用以下三種策略協助學生創造正向的成功與期望，使學生相信成功取決於自我，保持學生的學習信心。

（一）學習必備的條件（**Learning requirements**）

告知學生若要成功完成該堂課需完成哪些條件。例如：該堂課的學習目標、要求或評量規準等。

（二）提供成功的機會（**Success opportunities**）

學生明白成功的必備條件後，教師亦須給予難易適中的學習機會，幫助學生獲得成功的經驗，增強自信心。

（三）提供自我掌握的機會（**Personal Responsibility**）

教師可利用適合學生程度的問題，引導學生成功是來自本身的努力。

四、獲得滿足（**Satisfaction**）

滿足感的獲得促使學生能繼續保有學習動機，以下策略能激發學生的滿足感。

（一）Natural consequences（自然的結果）

教師於課堂中提供學生學以致用的機會。

（二）Positive consequences（正向的結果）

課堂進行時，給予學生正面的內、外在回饋與增強。

（三）Equity（維持公正）

維持一致性的評量標準，吻合學習結果與課程的初始目標。

ARCS 模型廣泛應用於不同教育環境在不同學科領域中（Li & Keller, 2018），如社會學（Astleitner & Lintner, 2004）、經濟學（Moller and Russell, 1994）、STEM（Aşiksoy and Özdamli, 2016）等。教學對象包括 k-12 的學生（Feng & Tuan, 2005；Karakis, Karamete &

Okçu, 2016)、大學生(Chen, 2014; Zhang, 2017)、技職學校的學生(Liao & Wang, 2008)等。

Liao & Wang (2008) 將 ARCS 應用於技職課程的教學設計，教師使用各種視覺影像或媒體吸引學生注意 (Attention)，激發學生的興趣與好奇心，運用教材連結學生的先備知識、興趣與未來期望 (Relevance)，利用活動滿足每位學生的需求和目標，且設計學生可接受的挑戰難度促進其信心 (Confidence)，為保持學生學習過程的積極性，教師即時回饋解決學生問題，減少學生學習困惑，使學生對自己的表現感到滿意 (Satisfaction)。亦有研究指出使用 ARCS 設計的文本比沒有使用 ARCS 的文本更能影響學生的學習 (Astleitner & Lintner, 2004)。雖然 ARCS 較少使用於數學教學設計上，但 ARCS 與奠基活動皆能兼顧學生的情意與認知，讓學生在操作過程中帶入數學思考，故本研究使用 ARCS 來設計奠基進教室活動是可行且合適。

參、研究方法

本研究為單組前-後測的實驗研究法 (Campbell & Stanley, 1963)，在進行教學活動前後，以問卷檢測研究對象在活動後，相似形認知改變的情形；並以情意問卷與訪談，探討此活動對研究對象學習的影響。蒐集的資料包含前、後測、情意問卷量表、一堂課的教學錄影與課後的質性訪談資料。

一、學校情境與研究對象

該活動以融入九年級課程作為設計目標，比例推理為學生的先備知識。此研究採便利取樣，以某城市某校一個班八年級 24 名學生進行教學與施測。施測學校地處縣市交界處，學生程度分佈為雙峰現象。

二、活動設計

(一)奠基目標：本奠基活動目標分為認知面向與情意面向

1. 認知面向的奠基目標

學生在學習此單元前，已學過簡單的幾何圖形、長度與角度，並能使用工具測量長度與角度，且已學過比例推理。我們根據此先備知識發展本研究的奠基目標：「放大縮小圖任意對應長度成比例」；且利用相似形變換幾何的特性，奠定學生「縮放中心與縮

放圖所有對應點成一直線」這個觀念；我們亦以學生的生活經驗，將「縮放中心可以是任意點」融入活動設計中。奠基目標設計如下：

(1) 縮放中心可以是任意點

透過教師示範滑手機得到縮放圖，詢問學生在滑手機的過程中，若要得到放大縮小圖，應將手指放在哪個位置，藉此引入縮放圖可由任一定點縮放。

(2) 放大縮小圖任意對應長度成比例

學生用尺量測原圖與縮放後截圖之間的關係，教師於學生量測後帶入縮放倍率公式，讓學生理解放大縮小圖的各對應部分成比例，且釐清學生對縮放倍率用詞的迷思概念。

(3) 縮放中心與縮放圖任意對應點成一直線

原打算輔以每位學生一台平板電腦，自行做放大、縮小圖，考量平板電腦在教學現場尚不算普遍，且班級經營不易，經與專家學者討論後，把活動內容修改成「邊邊角角拉一拉」，將此活動以電腦呈現。教師於活動時詢問學生拉動哪些方向可做出放大縮小圖，亦把迷思概念「拉動 45 度角方向可得放大縮小圖」放入學習單中，待由學生討論後，請一位學生上台用電腦拉動圖片，引導其他學生觀察不動點和對應點的關係，奠定學生不動點和其縮放圖對應點成一直線的觀念。

2. 情意面向的奠基目標

在情意面向，我們以「發展學生主動思考的策略與態度」為設計理念。

本活動結合學生的經驗與生活情境，利用課堂中的問答，促使學生在解答的過程中發展出主動思考的策略。例如，在「邊邊角角拉一拉」的活動中，教師透過詢問學生：「對角線與 45 度角線差別在哪？」並拉動電腦的圖片讓學生觀察縮放中心與縮放圖對應點的關係，引導學生思考為什麼拉動 45 度角無法得到縮放圖。接著，教師亦詢問學生為什麼拉動某些方向能得到縮放圖，而有些方向卻不行，讓學生與同儕討論後反思修正想法，培養學習的正向態度。

(二) ARCS 設計教學活動

「奠基」是一種兼具數學認知與動機的學習活動，引導學生自動性的發現數學想法。ARCS (Keller, 1987) 模式整合心理學動機理論的研究結果與教學設計，幫助教師進行課程設計，故我們以此架構來設計本活動。

1. 引起注意 (Attention)

該活動設計以擬真的故事情境「消失的金牌」，利用吸引學生目光的貓咪卡片引起學生興趣（感官的吸引 **Perceptual arousal**），於活動過程中提出具有適度挑戰性的問題：「為什麼警察伯伯能夠知道金牌的大小？」（問題的探究 **Inquiry arousal**）使學生產生好奇進而融入課堂學習，並適時使用電腦教學讓學生對活動保有興趣（多變的方法 **Variability**）。

2. 切身相關 (Relevance)

活動一開始我們讓學生明白該堂課的任務：「確認找到的金牌即為消失的金牌」（目標導向 **Goal orientation**），我們亦以學生每天滑手機的切身經驗（連結熟悉事務 **Familiarity**），使學生感受放大縮小與自己生活息息相關，進一步要求學生量測原圖與縮放後截圖長度的關係，連結學生國小的舊經驗，使學生對學習內容不陌生，並給予不同的任務，提供符合學生的學習機會（動機配合學習者特性 **Motive matching**），例如：量測計算縮放倍率，與同儕討論拉動哪條線能得到放大縮小圖。

3. 建立信心 (Confidence)

活動中的不同任務明確指出須完成哪些事情（學習必備的條件 **Learning requirements**），例如量測兩圖形間的關係是利用國小的先備知識—數格子繪製放大縮小圖，學生只要願意量測兩圖形的邊長，便能回答該問題（提供自我掌握的機會 **Personal Responsibility**），此活動能建立學生的學習信心（提供成功的機會 **Success opportunities**），讓學生有機會成功達到目標。

4. 獲得滿足 (Satisfaction)

在「邊邊角角拉一拉」活動，學生思考學習單上的各種方向拉動，教師針對迷思概念「拉動 45 度角方向可得放大縮小圖」實際操作電腦，讓學生與同儕間討論，並自行修正想法，找出正確答案，獲得成就與滿足（正向的結果 **Positive consequences**）。我們亦利用學習單請學生繪製金牌的縮小圖，記錄學生的探索成果與推理的過程，吻合該堂課的學習目標（維持公正 **Equity**）。活動最後，我們引導學生思考該堂課一開始的問題：「為什麼警察伯伯能夠知道金牌的大小？」，使學生獲得學以致用的機會（自然的結果 **Natural consequences**）。

三、資料收集

(一)量表工具

本研究使用的量表工具為「縮放繪活動測驗卷」與「縮放繪活動情意問卷」量表兩部分。

「縮放繪活動測驗卷」我們將測驗目的分為：圖形的直觀判斷（3 題）、兩相似形對應角相等，對應邊成比例（2 題）、縮放中心可以是任意點（2 題）、縮放中心與縮放圖所有對應點成一直線（2 題）。有 4 題因題目中的專有名詞「縮放中心」是活動前學生尚未學過，故只出現在後測題目中（表 1）。

「奠基進教室活動情意問卷」量表共計 20 題，採六點計分，探索性因素分析呈現四個因子：「學習興趣」5 題、「活動投入」4 題、「對活動的評估」4 題與「對自我的自信評估」6 題來探討（楊凱琳，2017）。其中「學習興趣」是指對該活動的學習感受，以及活動後對數學的看法；「活動投入」指的是活動後對未來上課投入情形；「對活動的評估」是對該活動的想法；「對自我的自信評估」則是活動後對自我的評估。本研究採用同樣的問項架構，只把活動名稱改為縮放繪；以本研究參與者計算各因子問項的内部一致性 Cronbach's α 係數，分別是.85、.78、.81、.91。

表 1

「縮放繪活動測驗卷」題目分布表

測驗目的	測驗內容	前測	後測
圖形的直觀判斷	圖形旋轉、翻轉後是否相似	✓	✓
	封閉曲線的放大縮小圖	✓	✓
	非封閉曲線的放大縮小圖	✓	✓
兩相似形邊長成比例	利用格子點找相似形	✓	✓
	利用相似形性質判斷圖形	✓	✓
縮放中心可以是任意的點	判斷圖形的縮放中心		✓
	利用縮放倍率畫相似圖		✓
縮放中心與縮放圖對應點成一直線	不同圖形縮放中心與圖形對應點的關係		✓
	同一圖形縮放中心與圖形對應點的關係		✓

(二)質性資料

為評估奠基進教室對學生的影響，本研究以半結構式問題隨機訪談六名學生，分別是學生對活動內容的感受、活動中的參與和思考、遇到的困難之處與原因，以及活動後總結性的評價（表 2）。

表 2

半結構式訪談表

訪談問題	目的
● 今天上課的感覺如何？	創造適合學生分享的情境
● 你覺得剛剛的活動中，哪一個讓你的印象最深刻？ 2-1 為什麼你覺得這個活動讓你印象深刻呢？ 2-2 你還記得這個活動在做什麼嗎？ 2-3 你在這個活動有沒有學到什麼呢？試著說說看你學到的這個是什麼？	引導學生說出對活動內容的感受
● 你剛剛有沒有動手參與活動呢？ 3-1 那你動手做了什麼？ 3-2 動手的時候，你在想些什麼？ 3-3 還有沒有（什麼其他動手動腦的時候？）	注重學生在活動中的參與和思考
● 在活動過程中有沒有遇到什麼困難？	引導學生描述活動中遇到的困難之處與原因
● 你會不會推薦學弟妹上這堂課？原因是？	讓學生進行總結性的評估

肆、研究結果與討論

此次的「縮放繪活動測驗卷」與「縮放繪活動情意問卷」量表在排除缺考與回答不全的無效試卷後，收回有效問卷共 21 份。我們在每題利用部分的方式計算了「縮放繪活動測驗卷」的答對率（表 3），以及「縮放繪活動情意問卷」量表各向度的平均得分（表 4）。

一、認知改變

本小節將由表 3「縮放繪活動測驗卷」統計檢定量表，回答研究問題：奠基活動後，學生相似形的概念理解有何改變？

表 3

「縮放繪活動測驗卷」統計檢定量表

測驗目的	測驗內容	前測 答對率 (%)	後測 答對率 (%)
圖形的直觀判斷	圖形旋轉後是否相似	90.48	95.24
	圖形翻轉後是否相似	42.86	28.57
	封閉曲線的放大縮小圖	91.27	94.44
	非封閉曲線的放大縮小圖	52.38	47.62
兩相似形邊長成比例	利用格子點找相似形	85.71	90.48
	利用相似形性質判斷圖形	85.71	100.00
縮放中心可以是任意的點	縮放中心在圖形內		76.19
	縮放中心在圖形外		14.29
	縮放中心在圖形邊上		33.33
	縮放中心在圖形頂點上		57.14
	利用縮放倍率畫相似圖		33.33
縮放中心與圖形所有對應點成一直線	不同圖形縮放中心與圖形對應點的關係		67.86
縮放中心與圖形所有對應點成一直線	同一圖形縮放中心與圖形對應點的關係		61.90

(一)圖形直觀看法改變

在「圖形旋轉、翻轉後是否相似」的測驗內容中，我們分成「圖形旋轉」與「圖形翻轉」計算學生答對率，在「圖形旋轉是否相似」，後測答對率高於前測。但「圖形翻轉是否相似」，活動前，原有 42.86% 的學生能正確選出大小相同左右相反的字母，是原字母的相似圖。活動後，剩 28.57% 的學生答對，即有 71.43% 的學生未正確辨認經過鏡射或左右相反的字母是相似形。原因可能是我們的活動主要先聚焦於平移、旋轉的圖形，尚未讓學生有機會思考鏡射後的圖形。

而「非封閉曲線的放大縮小圖」的測驗內容中，原本 52.38% 的學生認為所有圖形皆可放大縮小，活動後，剩 47.62% 的學生答對，代表 52.38% 的學生認為只有封閉曲線的圖形才有放大縮小圖，猜測是因為活動中的圖形皆為封閉曲線，故導致學生有此誤解。

「封閉曲線的放大縮小圖」的測驗內容中，有 91.27%的學生原本只用圖形直觀判斷放大縮小圖，活動後，學生會使用直尺量測，確認兩圖形的對應邊長度是否成比例，答對率提高到 94.44%。

(二)兩相似形邊長成比例

在這個測驗目的中，「利用格子點找相似形」與「利用相似形性質判斷圖形」後測答對率皆高於前測，其中「利用相似形性質判斷圖形」，後測答對率為 100%，前測學生答對率為 85.71%，表示 14.29%的學生認為邊長不同但角度相同的菱形，並不是相似形，活動後，學生學到兩圖形邊長成比例且角度相同，則兩圖形相似，數學知識產生改變。

(三)縮放中心可以是任意的點

在「判斷圖形的縮放中心」的測驗內容中，詢問學生哪些點可當成圖形的縮放中心。只有 14.29%的學生選擇縮放中心可以是圖形外的點，33.33%的學生選擇縮放中心在圖形邊上的點，但縮放中心在圖形頂點上與圖形內，則分別有 57.14%與 76.19%的學生答對，表示部分學生因滑手機時只能滑螢幕內部，沒辦法滑到手機外或手機邊上，故認為縮放中心不可以在圖形外與圖形邊上。

在「利用縮放倍率畫相似圖」，我們給定圖形上一點，請學生以該點為縮放中心，畫出縮放倍率為 $\frac{1}{2}$ 的圖，僅 33.33%的學生能正確使用縮放中心畫出縮小圖，但若不以給定的縮放中心，而是以對應邊成比例，對應角相等，則有 76.19%的學生能正確畫出縮小圖，代表學生在作圖時，會利用國小已學過的方格紙作圖，因此，需有更明確的活動來奠定「縮放中心可以是任意的點」，亦須將繪圖融入活動設計中。

(四)縮放中心與縮放圖任意對應點成一直線

活動前學生並沒有「縮放中心與圖形所有對應點成一直線」的觀念，活動後，在「不同圖形縮放中心與圖形對應點的關係」有 67.86%的學生答對，在這 67.88%的學生中，有 28.57%的學生能將此觀念遠遷移到五邊形的放大縮小圖，即不只一條對應直線。在「同一圖形縮放中心與圖形對應點的關係」則有 61.90%的學生答對，表示經由電腦操作，判斷拉動哪個方向可得到放大縮小圖的活動，讓學生印象深刻。除了量表資料，從訪談資料亦可得到此結論：

SA：原本以為拉3和8可以等比例，後來老師在台上示範的時候發現不是，因為它們不是對

角線。只拉一邊會變形。

SE：有五條線，哪一條線可以正確放大縮小。沿著哪一條拉不會變胖變瘦。一開始大家都猜測(45度)的這兩條，但其實要畫新的，不然也會變肥。

二、情意面向改變

本小節將由表 4「縮放繪活動情意問卷」統計得分表，以及學生的訪談資料來回答研究問題：奠基活動後，學生的情意面向有何改變？

我們以 1~6 分來表示「縮放繪活動情意問卷」中各選項的得分，「完全不同意」得 1 分，「很不同意」得 2 分，以此類推，「完全同意」得 6 分，並將各面向的分數與 $\mu = 3.5$ 做檢定看是否有顯著性。

表 4

「縮放繪活動情意問卷」統計得分表

面向	題目內容	題號	各題平均得分	平均得分	顯著性 ($\mu = 3.5$)
學習興趣	●我喜歡《縮放繪》裡的數學。	第 1 題	4.39	4.32	.000
	●我覺得《縮放繪》很有趣。	第 5 題	4.48		
	●上過《縮放繪》後，我更喜歡利用教具學習數學。	第 8 題	4.35		
	●在上《縮放繪》時我喜歡動腦想。	第 16 題	4.43		
	●上過《縮放繪》後，我更喜歡數學了。	第 19 題	3.96		
對自我的自信評估	●上過《縮放繪》後，我的理解能力變好了。	第 2 題	4.22	4.04	.017
	●上過《縮放繪》後，我的數學能力增強了。	第 3 題	4.13		
	●上過《縮放繪》後，我更會思考了。	第 4 題	4.35		
	●上過《縮放繪》後，我更會推理了。	第 7 題	3.91		
	●上過《縮放繪》後，我比較能學數學了。	第 18 題	3.65		
	●上《縮放繪》對我了解數學有幫助。	第 20 題	4.00		

表 4 (續)

活動後 對未來 課堂 投入	●上過《縮放繪》後，我在數學課時更主動學習了。	第 6 題	3.70	3.95	.053
	●上過《縮放繪》後，我更常和同學討論數學了。	第 9 題	3.96		
	●上過《縮放繪》後，我更敢在數學課發問了。	第 10 題	3.96		
對該活 動的 評估	●未來我想要繼續參與類似《縮放繪》的活動。	第 17 題	4.17	4.13	.012
	●我希望像《縮放繪》這樣的活動以後可以多一點觀念講解。	第 12 題	4.22		
	●我希望像《縮放繪》這樣的活動以後可以多一點題目練習。	第 13 題	3.65		
	●我希望數學課都可以有像《縮放繪》這樣的活動。	第 14 題	4.39		
	●我覺得《縮放繪》的內容豐富。	第 15 題	4.26		

(一)量表中各面向的比較

1. 學習興趣

學生在「學習興趣」這向度，平均超過 4 分，顯示學生認為該活動有趣。但第 19 題「上過《縮放繪》後，我更喜歡數學了」只有 3.96 分，說明學生並沒有因為這樣的一堂課，帶來很強烈的對數學喜好的改變。

我們亦從學生的訪談，得知情境融入活動確實帶來學生興趣的提升，引起學生的學習動機 (Attention)。例如：

SB：覺得課程內容很有趣，像是到了新環境一樣，很有新鮮感。

SC：金牌不見的故事讓我印象深刻。因為貓咪很可愛。貓咪真的太可愛了。

2. 對自我的自信評估

在「對自我的自信評估」面向平均得分為 4.04 分，即該活動能促進學生的自信心，提高學生的學習興趣。其中第 4 題「上過《縮放繪》後，我更會思考了。」為 4.35 分，第 7 題「上過《縮放繪》後，我更會推理了。」只有 3.91 分，學生認為該活動可以促進思考，但對自己的推理能力仍沒有信心。第 3 題「上過《縮放繪》後，我的數學能力增

強了。」得到 4.13 分，第 18 題「上過《縮放繪》後，我比較能學數學了。」剩 3.65 分，表示學生雖覺得活動後，自己的數學能力增強，卻仍不認為自己能學好數學。

透過與學生的訪談，可知活動有助建立學生的信心（Confidence）亦能讓學生獲得滿足（Satisfaction）。例如：

SB：覺得自己變得像偵探一樣聰明。

SD：「邊邊角角拉一拉」讓我印象深刻。因為我們（後來）答對了。

3. 活動後對未來課堂投入

在「活動後對未來課堂投入」面向平均得分為 3.95 分，雖然學生認為該活動有趣，但未來課堂仍會有許多未知的數學內容，學生對課堂的投入持保留態度。第 6 題「上過《縮放繪》後，我在數學課時更主動學習了。」只有 3.70 分，第 9 題「上過《縮放繪》後，我更常與同學討論數學了。」與第 10 題「上過《縮放繪》後，我更敢在數學課發問了。」兩題得分皆為 3.96 分，顯示仍有部分的學生較無法主動學習參與課程。

然而從學生的訪談中，我們知道若未來的數學課能兼顧情意與認知，學生投入課堂的意願會大幅提高。例如：

SF：我會推薦學弟妹上這堂課，因為很好玩。有些人數學不太好，但上了這堂課可以更聽得懂，因為這個內容比較有情境，可以自己想一下，但沒想到其實這樣的情境就是數學，可能就對數學比較有興趣，不像平常數學課，不懂的地方還是不懂，而放棄了。

4. 對活動的評估

在「對該活動的評估」面向平均得分為 4.13 分，學生對該活動大多持有正向的肯定，唯獨第 13 題「我希望像《縮放繪》這樣的活動以後可以多一點題目練習。」得分 3.65，說明學生雖喜歡該活動，但不喜歡做題目。

與學生訪談後，我們得知好的活動設計可以讓學生從做中學，與同儕討論，亦可促進思考，增加學生解題的信心（Confidence）。例如：

SC：像是在做一件很簡單的事情，跟著做就學會了縮放的概念。

SE：大家可以互相討論，有意見不同的時候，可以一起找出答案，同時也可以動腦。

伍、結論與建議

本研究以「縮放繪」作為奠基進教室的活動之一，並評估檢驗此活動成效。

一、結論

我們依據本研究的奠基目標討論其活動成效，說明如下：

(一)縮放中心可以是任意點

原本預期學生可由活動設計，滑手機將圖片放大縮小，學到「縮放中心可以是任意點」，但由於設計過於隱晦，測驗結果看來成效不佳。

(二)放大縮小圖的任意對應長度成比例

在「手機縮放圖」活動中，學生需多選幾個部分來量測原圖與縮放後截圖的關係，且教師於學生量測後介紹「縮放倍率」的定義，有助於學生發現放大縮小圖的任意對應長度成比例。

(三)縮放中心與縮放圖的任意對應點成一直線例

學生透過動態的影像觀察到拉動「45 度角線」無法得到縮放圖，並於教師拖拉圖片的過程中，發現須拉動「對角線」才能得到縮放圖。教師亦詢問學生該對角線與 45 度角線有何不同，提示學生觀察縮放中心與其所有對應點的關係，奠定學生縮放中心與其所有對應點成一直線的觀念，我們亦從訪談的資料中，得知該活動讓學生印象深刻。

(四)發展主動思考的策略與態度

教師於課堂中利用提問促進學生解答的過程中主動思考，且學生透過與同儕間討論反思，培養正向的學習態度。我們從問卷結果知道該活動有助於提升學生的學習興趣與自信。例如，學生在問卷第 3 題：「上過《縮放繪》後，我的數學能力增強了。」與第 4 題：「上過《縮放繪》後，我更會思考了。」分別拿到 4.13 分與 4.35 分。

二、建議

基於上述的研究結果與學生的訪談資料，我們對未來的教學建議如下：

(一)可加強「縮放中心可以是任意點」的觀念

由於該設計沒有將此觀念明確帶給學生，於後測的作圖中，我們發現大部分學生無

法利用縮放中心作圖，未來活動可增加相似形繪圖。

(二)需考慮活動中概念發展的限制

因活動設計並沒有討論鏡射後的圖形是否為相似形，以至於學生活動後不敢選鏡射後的圖形，且活動內容的圖形皆為封閉曲線，學生誤以為只有封閉曲線才有放大縮小圖，不是封閉曲線則沒有放大縮小圖，學生被侷限於活動的內容中。建議可於活動後面增加鏡射且非封閉曲線的圖形讓學生觀察。

(三)活動設計讓學生可以操作動態呈現

活動只有一位學生上台操作電腦，其餘學生則看著電腦螢幕體會「縮放中心與縮放圖所有對應點成一直線」，建議至少每組一台 iPad，由學生自行操作，體會拉動不同方向與圖形放大縮小的關係，由動態過程加深學生印象。

(四)情境融入教學文字量多時可配合閱讀理解教學

第一次試教縮放繪活動的學生在訪談中有提到，因平常數學課不太會閱讀這麼長的內容，課本上題目皆很簡單明瞭，一開始閱讀「消失的金牌」的敘述時，不清楚題目問題是什麼。第二次試教時，我們搭配辨識再製、解釋連結與反思推理的閱讀理解提問，不僅能協助學生閱讀理解情境，也能引起學生的學習興趣（問學生：警察是男的還是女的呢？有些學生回答：它沒寫。另一些學生笑答：它有寫，警察伯伯。）

本研究為相似形提供有效的教學方式，不過分析學生表現後，發現活動仍有些需改進的地方。未來會將本研究的設計活動加以修改，使其相似形的觀念更加完整，以達到更好的成效。

誌謝

特別感謝提供設計意見的專家學者們、協助訪談學生的助理與研究生們，以及感謝審查者提供修改建議，讓本文得以更加完善。本研究亦感謝教育部「就是要學好數學：數學奠基進教室模組開發與推廣」計畫與科技部專題研究計畫的經費補助（MOST 106-2511-S-003-003）。

參考文獻

- 中華民國科技部 (2015)。臺灣 PISA 2012 結果報告。檢自<http://www.most.gov.tw/>
- 國家教育研究院 (2014)。十二年國民基本教育課程發展指引。新北市：國家教育研究院。
- 陳建亨、楊凱琳 (2014)。題型對學生解題表現的影響—以相似形內容為例。中華民國第三十屆科學教育年會論文發表，臺北市：國立臺灣師範大學科學教育研究所，12月5-6日。
- 陳創義 (2003)。青少年的數學概念學習研究-子計劃六：青少年的幾何形狀概念發展研究。行政院國家科學委員會專題研究計畫。
- 楊凱琳 (2017)。子計畫一：創新的課前奠基與課中建築活動模組之發展性研究 (計畫編號：MOST 106-2511-S-003-003)。臺北市：國立臺灣師範大學數學系 (所)。
- Astleitner, H., & Lintner, P. (2004). The effects of ARCS-strategies on self-regulated learning with instructional texts. *E-Journal of Instructional Science and Technology*, 7(1).
- Aşıksoy, G., & Özdamlı, F. (2016). Flipped classroom adapted to the ARCS model of motivation and applied to a physics course. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(6), 1589–1603.
- Campbell, D. T., & Stanley, J. C. (1963). *Experimental and quasi-experimental designs for research*. Boston: Houghton Mifflin.
- Chen, Y.-T. (2014). A study to explore the effects of self-regulated learning environment for hearing-impaired students. *Journal of Computer Assisted Learning*, 30(2), 97–109. doi: 10.1111/jcal.12023
- Feng, S.-L., & Tuan, H.-L. (2005). Using ARCS model to promote 11th graders' motivation and achievement in learning about acids and bases. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 3(3), 463–484. doi: 10.1007/s10763-004-6828-7
- Karakis, H., Karamete, A., & Okçu, A. (2016). The effects of a computer-assisted teaching material, designed according to the ASSURE instructional design and the ARCS model of motivation, on students' achievement levels in a mathematics lesson and their resulting attitudes. *European Journal of Contemporary Education*, 15(1), 105–113. doi: 10.13187/ejced.2016.15.105
- Keller, J. M. (1987). Development and use of the ARCS model of instructional design.

- Journal of Instructional Development*, 10(3), 2–10. doi: 10.1007/BF02905780
- Keller, J. M. (2010). *Motivational Design for Learning and Performance : the ARCS Model Approach*. New York : Springer. doi: 10.1007/978-1-4419-1250-3
- Lin, F.-L. (2015). *Just do math Project proposal of Ministry of Education Unpublished*.
- Li, k., & Keller, J. M. (2018). Use of the ARCS model in education: A literature review. *Journal of Computer & Education*, 122, 54–62.
- Liao, H.-C., & Wang, Y. (2008). Applying the ARCS motivation model in technological and vocational education. *Contemporary Issues In Education Research*, 1(2), 53– 58.
- Moller, L., & Russell, J. D. (1994). An application of the ARCS model design process and confidence-building strategies. *Performance Improvement Quarterly*, 7(4),54–69.
- OECD (2010). PISA 2012 Mathematics Framework. OECD, Paris. Retrieved from <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46961598.pdf>
- Paas, F., Tuovinen, J. E., Merriënboer, J. J. G., & van and Darabi, A. A. (2005). A moti-vational perspective on the relation between mental effort and performance: Optimizing learner involvement in instruction. *Educational Technology Research & Development*, 53(3), 25–34. doi: 10.1007/BF02504795
- Zhang, W. (2017). Design a civil engineering micro-lecture platform based on the ARCS model perspective. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (IJET)*, 12(01), 107–118. doi: 10.3991/ijet.v12i01.6487