

數學領域教學研究中心教案 - 數界足球

教案設計：莊惟棟 老師

協同設計教師：郭姿伶 老師、蕭百吟 老師、黃筱歲 老師

壹、主題

足球幾何

足球桌遊

貳、課程領域

一、生活中的幾何圖形

二、推理與證明

三、生活中的立體圖形

參、授課時間

一、足球幾何(15 分鐘)

二、手指足球(15 分鐘)

三、鬥智足球(15 分鐘)

肆、學習目標

數-J-A1

對於學習數學有信心和正向態度，能使用適當的數學語言進行溝通，並能將所學應用於日常生活中。

數-J-A3

具備識別現實生活問題和數學的關聯的能力，可從多元、彈性角度擬訂問題解決計畫，並能將問題解答轉化於真實世界。

數-J-C2

樂於與他人良好互動與溝通以解決問題，並欣賞問題的多元解法。

伍、課程名稱與學習動機引導



足球上的幾何

一、觀察與發現：

圖片來源：維基百科

足球的球面有黑、白兩種顏色，其中，黑色是正五邊形，白色是正六邊形，但球面上這兩種幾何圖形的個數卻鮮少人知道。

二、推理與證明：

介紹多面體尤拉公式： $V + F - E = 2$ ， V 是頂點個數、 E 是邊的個數、 F 是面的個數。

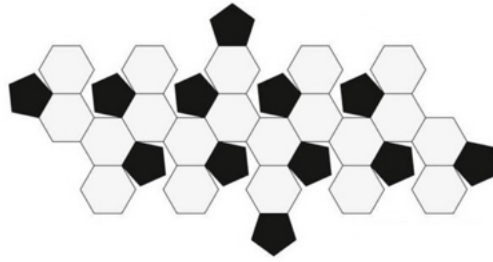
冷知識補充：其實尤拉公式第一個嚴格證明的是 20 歲時的柯西，他藉由去掉一個面的起手式將立體圖形壓成平面，以三角形的切割探討，藉由擦一邊少一面、擦一點少兩邊且少一面，證出 $V + F - E = 1$ ，再把去掉的面加回，故得證。

而第一個下結論的人是迪卡兒，但因為尤拉是學術界一位謙虛、善良、全方位的天才，所以這個公式的命名才不至於像牛頓和萊布尼茲爭微積分之父一樣喬不定。

從尤拉公式出發，我們可以把足球視為阿基米得多面體，假設球面上有 m 個正五邊形（黑色）、 n 個正六邊形（白色），因為三個邊共用一個頂點，所以， $V = \frac{5m+6n}{3}$ ；因為二個面共用一個邊，所以， $E = \frac{5m+6n}{2}$ 。

又，因為 $F = m + n$ 代入 $V + F - E = 2 \rightarrow \frac{5m+6n}{3} + m + n - \frac{5m+6n}{2} = 2$ ，化簡得 $m = 12$ ，所以足球面有 12 個黑色正五邊形。而每一個正五邊形在球面上都連接 5 個白色正六邊形，則 12 個正五邊形旁邊的白色正六邊形總數是 $12 \times 5 = 60$ 個，此外，每一個白色正六邊形旁邊都連接 3 個黑色正五邊形，以致每個白色正六邊形被重覆算三次，因此白色正六邊形的正確個數是 $(12 \times 5) \div 3 = 20$ 個，所以足球面上有 20 個白色正六邊形。

足球平面展開圖如右：

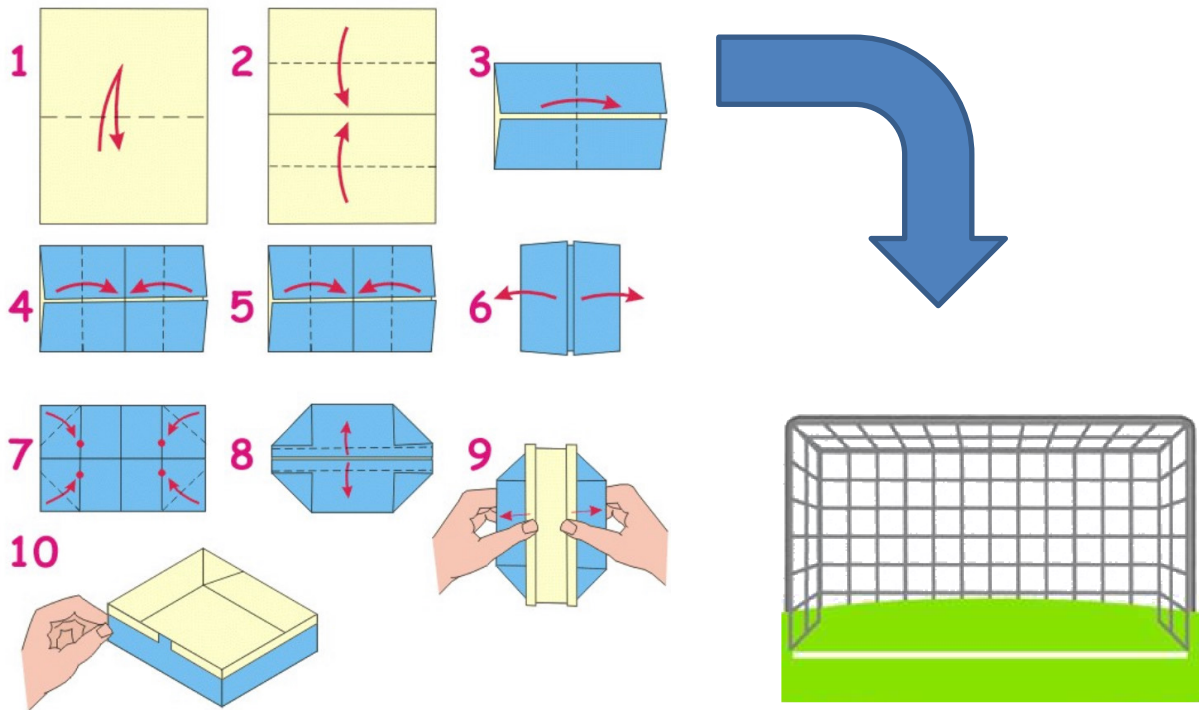


足球桌遊 - 手指足球

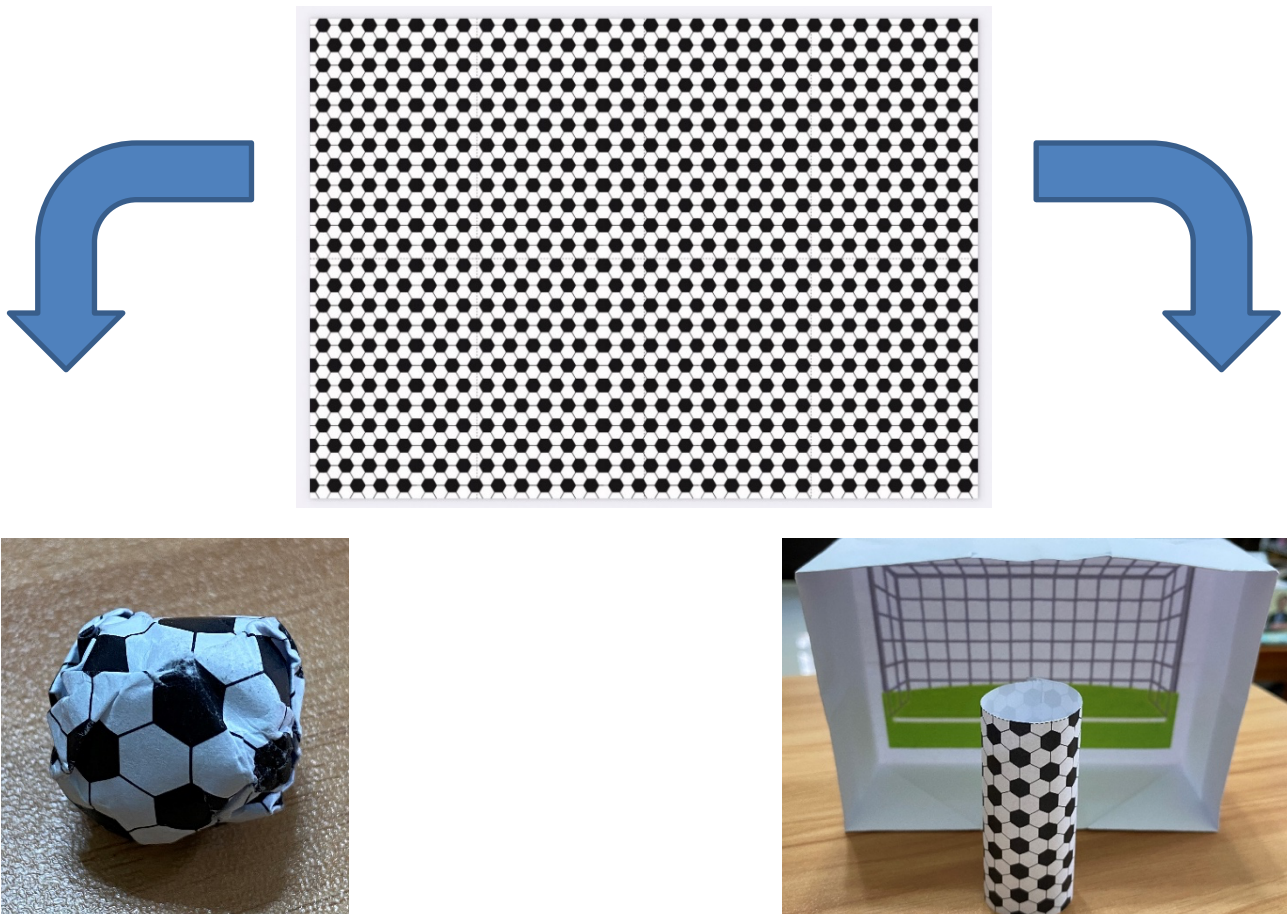
步驟 1：列印 A4 足球場，玩家在自己踢球得分區空格處不重複填入 1 至 10。

	●		10	6	6	10		●
		J		5	5		J	
K			9	4	4	9		K
K			8	3	3	8		K
		J		2	2		J	
	●		7	1	1	7		●

步驟 2：列印 A4 球門兩張，並依步驟摺製。



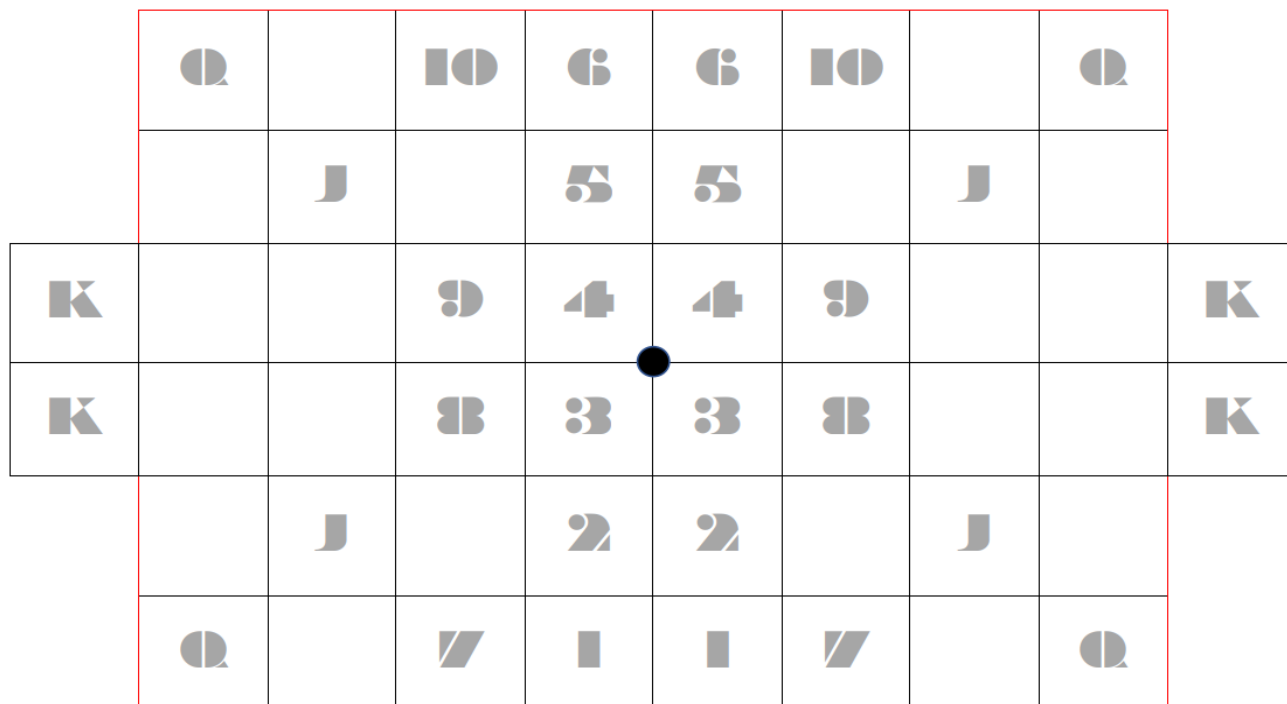
步驟 3：列印 A4 足球紙，撕下半張揉成足球，剩半張再撕一半捲成兩個守門員。



步驟 4：玩家雙方猜拳，依序由球場邊界手指踢球至得分格區，再由該格手指射門，若射門成功則得分，並可再次重複上述步驟，直至失敗則換對方進攻。雙方玩到有人先得 21 分，則分出勝負。

足球桌遊 - 鬥智足球

步驟 1：列印 A4 足球場 (需有紅色邊界線條)



步驟 2：玩家雙方準備不同顏色的筆，猜拳決定誰先攻。

步驟 3：起始玩家站在中心黑點出發，一次只能走一步 (沿格子邊一單位或走單格對角線)，下一位玩家從上一位停下來處出發，也是只能走一步，但是有被走過路線不能再走。若新走路線有經過已走過的點或是球場邊界紅線，則可多走一步。直到有人走到自己得分球門 K，或是雙方皆無路可走，產生和局，則停止遊戲。

陸、課程核心討論與準備

一、讓數學與生活時事「世界盃足球賽」結合

培養學生細心觀察生活周遭人事物、從中產生好奇並願意分析思辨，老師介紹尤拉公式數學史的同時，也能建立學生懂得欣賞他人見識的寬大心胸，並樹立學生終生學習的格局。

二、學習【手指足球】、【鬥智足球】桌遊機制，並遵守遊戲規則

除了利用桌遊增加學習趣味性，更能利用簡便易取得的材料讓學生體會放下手遊，其實只要願意創造，生活中還是有無限樂趣。從遊戲中也能培養遵守規定以及增加人際互動的精神。

三、教學教具

實體足球 (或圖片)、A4 足球場、A4 足球紙、A4 球門、色筆

四、評量

桌遊對戰

柒、其他備註及注意事項

可下載 App 練習鬥智足球，連結 QR 如下：



